PROBLEMARIO

GUÍA DE PROBLEMAS PARA LOS EXÁMENES DEPARTAMENTALES

CONTENIDO:

Esta **guía** tiene el carácter de complemento de los textos de ***Geometría Analítica*** que se imparte en las ***Escuelas de Nivel Medio Superior***. En ella se exponen los problemas aproximadamente en el mismo orden que figuran en el texto. Consta de **150 *problemas*** propuestos, como ejercicio para el alumno, a distinto grado de dificultad, de las cuales se derivan otros más dando en realidad el total de **182 *problemas***.

No debe emplearse como medio para evitar el estudio de las cuestiones teóricas de la asignatura. Por lo tanto, para que la utilización de esta **guía** sea verdaderamente eficaz es necesario que el ***alumno*** intente resolver por si mismo todos los problemas en papel y se fije bien en el por qué de cada uno de los pasos de que consta su solución y en la forma en que estos se expresan.

AUTOR: **PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO**
EDICIÓN PARA INTERNET: **PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS**

CONCEPTOS BÁSICOS

1. **Calcular** la ***longitud*** de los ***segmentos de recta*** determinados por los extremos dados por cada una de las parejas de puntos siguientes:

a) **A(-2, -5) ; B(3, -1)** **b)** **C(3, 2) ; D(0, 4)**

b) **E(0, 2) ; F(-3, -3)** **d)** $G\left(\frac{1}{2}, 1\right)$; $H\left(-\frac{3}{2}, -5\right)$

SOLUCIÓN

a) $\overline{AB} = \sqrt{41}$ b) $\overline{CD} = \sqrt{13}$

c) $\overline{EF} = \sqrt{34}$ d) $\overline{GH} = 2\sqrt{10}$

2. **Determinar** cuál de los puntos siguientes **A(7, 3)** ; **B(-5, 2)** y **C(-8, 1)** , es el ***más cercano*** al punto **P(-3, 5)**.

SOLUCIÓN

El punto *B* esta mas cerca del punto *P*.

3. **Calcular** el ***perímetro*** de los ***triángulos*** cuyas ***vértices*** son:

a) **A (-2, 2) ; B (7, 1)** y **C (3, 8)**
b) **J (3, - 1) ; K (-2, 7)** y **L (1, 6)**
c) **M (-1, -2) ; N (-5 , -3)** y **P (-3 , -6)**
d) **Q (-2, -6) ; R (-5 , 8)** y **S (6, 9)**

SOLUCIÓN

a) ***Perímetro***: $= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \sqrt{82} + \sqrt{61} + \sqrt{65}$
b) ***Perímetro***: $= \overline{JK} + \overline{JL} + \overline{KL} = \sqrt{89} + \sqrt{53} + \sqrt{10}$
c) ***Perímetro***: $= \overline{MN} + \overline{MP} + \overline{NP} = \sqrt{17} + \sqrt{20} + \sqrt{13}$
d) ***Perímetro***: $= \overline{QR} + \overline{QS} + \overline{RS} = \sqrt{205} + 17 + \sqrt{122}$

4. **Calcular** el ***área*** de los ***triángulos*** rectángulos cuyos ***vértices*** son los puntos:

a) **A (1, 2) ; B (3, 0)** y **C (4, 1)**
b) **L (1, 2) ; M (5, 2)** y **N (3, 0)**
c) **P (1, -2) ; Q (3, 0)** y **R (1, 2)**

SOLUCIÓN

a) $A = 2\,u^2$ b) $A = -4\,u^2$ c) $A = 4\,u^2$

5. **Calcular** el ***área*** de los ***triángulos*** siguientes, cuyos ***vértices*** son:

a) **A (-5, 0) , B (1, 2)** y **C (1, -2)**
b) **J (1, 1) , K (6, -4)** y **L (5, 3)**
c) **L (2, 0) , M (6, 0)** y **N (4, 12)**

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

a) $A = -12\,u^2$ b) $A = 15\,u^2$ c) $A = 24\,u^2$

6. Aplicando la fórmula, **calcular** el ***área*** de los ***triángulos*** siguientes, cuyos ***vértices*** son:

a) **A (3, -2)** , **B (0, -5)** y **C (-3, 0)**
b) **D (1, 3)** , **E (0, 4)** y **F (-1, 1)**

SOLUCIÓN

a) $A = 12\,u^2$ b) $A = -2\,u^2$

7. Si los extremos del ***diámetro*** de una ***circunferencia*** son los puntos **A (2, 3) y B (-3, 6)**. **Calcular** la ***longitud*** de dicha ***circunferencia***.

SOLUCIÓN

$P = \sqrt{34}\,\pi$ ***Unidades lineales***.

8. **Calcular** el ***área*** del ***circulo*** limitado por la ***circunferencia*** que tiene su ***centro*** en el punto **C(5, 1)** y pasa por el punto **P(1, 4)**.

SOLUCIÓN

$A = 25\,\pi\,u^2$

9. **Demostrar** que los puntos **A (4, 2)** , **B (-4, 0)** y **C (0, 1)**, son ***colineales***.

SOLUCIÓN

Como ***Área = 0***, **sí** son ***colineales***.

10. Uno de los ***extremos*** de un segmento de ***recta*** es el punto **A (3, 5)** y su ***punto medio*** es **M(-1, -2)**, **determinar** las ***coordenadas*** del otro punto **B *extremo***.

SOLUCIÓN

B (-5, -9)

11. **Comprueba** que los puntos **A (2, 1)** , **B (3, 4)** , **C (9, 4)** y **D (8, 1)** son los ***vértices*** de un ***paralelogramo***:

SOLUCIÓN

$\overline{AB} = \overline{CD} = \sqrt{10}$
$\overline{BC} = \overline{AD} = 6$
Si es un paralelogramo.

12. En geometría se vio que la ***mediana*** de un ***triángulo*** es aquella que va del punto medio de uno de los lados hasta el ***vértice*** opuesto, **calcular** las ***coordenadas*** del punto medio de cada lado del ***triángulo*** cuyas ***vértices*** son: **A (3, 2)**, **B (-2, 4)** y **C (-5, -2)**, y la ***longitud*** de

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

las ***medianas***.

SOLUCIÓN

Puntos medios: $M_1\left(\frac{1}{2},3\right)$; $M_2\left(-\frac{7}{2},1\right)$; $M_3\left(-1,0\right)$

Longitud de las medianas: $\overline{C\,M_1}=\frac{\sqrt{122}}{2}$; $\overline{A\,M_2}=\frac{\sqrt{173}}{2}$; $\overline{B\,M_3}=\sqrt{17}$

13. **Encontrar** la ***longitud*** de cada una de las ***medianas*** del ***triángulo*** cuyos ***vértices*** son los puntos **A (-2, -2)** , **B (6, 0)** y **C (2, 8)**.

SOLUCIÓN

Longitud de las medianas: $\overline{A\,M_2}=\sqrt{72}$; $\overline{B\,M_3}=\frac{\sqrt{45}}{2}$; $\overline{C\,M_1}=\sqrt{81}=9$

14. Si la ***longitud*** de un segmento es **10** y las coordenadas de uno de sus ***extremos*** **A (8, 10)**. **Calcular** la ***coordenada*** del otro ***extremo*** sabiendo que su ***abscisa*** es **2**.

SOLUCIÓN

B (2, 18) y B´(2, 2). ***Dos extremos***

15. **Encontrar** las ***coordenadas*** de los puntos que ***trisectan*** al segmento **L (-2, 4)** , **K (4, 7)** y **comprobar** los resultados calculando ***distancias***.

SOLUCIÓN

Puntos: $P\,(2,6)$ y $Q\,(0,5)$

Distancias: $\overline{L\,Q}=\sqrt{5}$, $\overline{Q\,P}=\sqrt{5}$, $\overline{P\,K}=\sqrt{5}$ y $\overline{L\,K}=3\sqrt{5}$

Se ***comprueba*** que: $\overline{L\,Q}+\overline{Q\,P}+\overline{P\,K}=\overline{L\,K}$

16. Un segmento de ***recta*** tiene por ***extremos*** los puntos **A(1, 2)** y **B(5, -6)**. **Determinar** las ***coordenadas*** de los puntos **C** y **D**, tales que $\frac{\overline{A\,C}}{\overline{A\,B}}=\frac{1}{5}$ y $\frac{\overline{A\,D}}{\overline{A\,B}}=\frac{2}{5}$.

SOLUCIÓN

$C\left(\frac{9}{5},\frac{2}{5}\right)$ y $D\left(\frac{13}{5},-\frac{6}{5}\right)$

17. **Analizar** las siguientes ecuaciones, determinando en cada paso la ***simetría***, ***intersección*** con los ejes, ***extensión***, ***asíntotas*** y **trazar** su gráfica.

a) $2x+3y-6=0$
b) $3x-5y-15=0$

SOLUCIÓN

a) ***Intersección*** con el eje **y** es **(0, 2)** y **(0, -2)**
Intersección con el eje **x** es **(3, 0)** y **(-3, 0)**

Si hay simetría.

Extensión con el eje de las **x** es **(-3, 3)** ***Extensión*** con el eje de las **y** es **(-2,, 2)**

No hay asíntotas.

b) ***Intersección*** con el eje de las **y** es **(0, -3)**
Intersección con el eje de las **x** es **(5, 0)**

Sin asíntotas.

No es simétrica.

Extensión eje de las **x(-5, 5)** ***Extensión*** eje de las **y(-3, 3)**

18. **Encontrar** las ***intersecciones*** con los ***ejes*** de la curva dada por la ecuación: $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$ y **hacer** la gráfica.

SOLUCIÓN

La ***intersección*** con el eje de las **x**: ***no hay***
La ***intersección*** con el eje de las **y** es: **(0, 4)**

LINEA RECTA

19. **Hallar** la ***pendiente*** de cada una de las ***rectas*** que pasan por los puntos.

a) **A(3, -4)** y **B (5, 2)** b) $C\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ y **D(6, 2)**

c) **E(-6, -1)** y **F (-6, -4)** d) **G(1, 2)** y **H(-2, 2)**

SOLUCIÓN

a) $m = 3$ b) $m = 0$
c) $m = \infty$ d) $m = 0$

20. **Hallar** la ***ecuación*** de la ***recta*** indicada y **dibujar** su gráfica.

a) *Pasa* por **A(2, 1)** y **B(0, -3)** b) *Pasa* por **C(2, 3)** y **D(2, -2)**

c) *Pasa* por **E(0, 3)** con $m = \frac{3}{4}$ d) *Pasa* por **F(0, 5)** con **m = -2**

e) ***Intersección*** **y = 2** con **m = 4** f) ***Intersección*** $y = \frac{2}{3}$ con $m = \frac{3}{4}$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

a) $y = 2x - 3$ b) $x = 2$
c) $3x - 4y + 12 = 0$ d) $2x + y - 5 = 0$
e) $4x - y + 2 = 0$ f) $9x - 12y + 8 = 0$

---

21. **Demostrar** que los ***tres puntos*** que se especifican enseguida son ***colineales***.

a) A(6, 2) , B(2, 1) y C(-2, 4) b) D(-3, -2) , E(5, 2) y F(9, 4)

SOLUCIÓN

a) ***No son colineales*** ya que: $A \neq 0$

Por otra parte: $\overline{AB} + \overline{BC} \neq \overline{AC}$ y $\sqrt{17} + 5 \neq 2\sqrt{17}$.

b) ***Son colineales*** ya que: $A = 0$. Y se cumple que: $\overline{DE} + \overline{EF} = \overline{DF}$.

---

22. **Demostrar** que la ***recta*** que pasa por los puntos **A(-2, 5)** y **B(4, 1)** es ***perpendicular*** a la ***recta*** que pasa por los puntos **C(- 1, 1)** y **D(3, 7)**.

SOLUCIÓN

Las rectas si son perpendiculares.

---

23. Una recta L_1, pasa por los puntos **A(3, 2)** y **B(-4, -6)** y otra recta L_2 pasa por los puntos **C(-7, 1)** y **D(x, -6)**. **Hallar** la ***abscisa*** **x**, sabiendo que la recta L_1 es ***perpendicular*** a la recta L_2.

SOLUCIÓN

$x_D = 1$

---

24. Dos ***rectas*** se cortan formando un ***ángulo*** de **135°** sabiendo que la ***recta*** final tiene una ***pendiente*** de **-3**. **Calcular** la ***pendiente*** de la ***recta*** inicial.

SOLUCIÓN

$M_1 = -\frac{1}{2}$

---

25. En el ***triangulo*** cuyos ***vértices*** son **A(-2, 1)**, **B(4, 7)** y **C(6, -3)**. **Determinar**:

a) Las ***ecuaciones*** de sus ***lados***.
b) La ***ecuación*** de la ***recta*** que pasa por el ***vértice*** **A** y es ***paralela*** al lado opuesto $\overline{BC}$.

SOLUCIÓN

a) Lado AB: $x - y + 3 = 0$ Lado AC: $x + 2y = 0$ Lado BC: $5x + y - 27 = 0$

b) $5x + y + 9 = 0$

---

26. **Determinar** la ***ecuación*** de la recta que pasa por el punto **A(2, 1)** y sea: **a)** ***paralela*** y **b)** ***perpendicular*** a la recta **4x - 2y = 3**.

SOLUCIÓN

a) Recta *paralela*: **2x - y - 3 = 0**
b) Recta ***perpendicular***: **x + 2y - 4 = 0**

27. **Encontrar** la **ecuación** de la ***recta*** que pasa por el punto $A\left(\frac{7}{8}, \frac{3}{4}\right)$ y sea: **a)** ***paralela*** y **b)** ***perpendicular*** a la recta dada por la ecuación: **5x + 3y = 0**

SOLUCIÓN

a) Recta *paralela*: **40x + 24y - 53 = 0**
b) Recta ***perpendicular***: **24x - 40y +9 = 0**

28. Dado el ***triangulo*** cuyas ***vértices*** son **A(-5, 6)** y **B(-1, -4)** y **C(3, 2)**. **Encontrar** las ***ecuaciones*** de las ***medianas*** y su punto de ***intersección***.

SOLUCIÓN

Ecuaciones:

Mediana: AM_3 — **7x + 6y - 1 = 0**
Mediana: BM_2 — **x + 1 = 0**
Mediana: CM_1 — **x - 6y + 9 = 0**

Punto de ***intersección***: $I\left(-1, \frac{4}{3}\right)$

29. **Determinar** la ***ecuación*** de la ***línea recta*** cuyas ***intersecciones*** con los ejes **x** y **y** son respectivamente **5** y **-3**.

SOLUCIÓN

$y = \frac{3}{5}x - 3 \quad ; \quad 3x - 5y - 15 = 0$

30. **Encontrar** la ***ecuación*** de la ***línea recta*** cuya ***pendiente*** es **-2** y pasa por el punto de ***intersección*** de ***rectas*** dadas por las ecuaciones: **2x + y = 8**, y **3x - 2y = - 9**.

SOLUCIÓN

y = - 2x + 8 ó **2x + y - 8 = 0**

31. **Determinar** la ***ecuación*** de una ***línea recta*** en la ***forma normal***, sabiendo que: $w = 30^0$ y **P=6**.

SOLUCIÓN

$\sqrt{3}\,x + y - 12 = 0$

32. **Escribir** la ***ecuación*** de la ***línea recta***: **3x + 4y - 5 = 0** en la ***forma normal*** y **hallar** los valores para **P** y **W**.

SOLUCIÓN

La ***ecuación*** es: $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 1 = 0$

El valor de: **P = 1** y el valor de: **W = 53^0 8´**

33. **Hallar** la ***ecuación*** de la ***recta*** cuya ***distancia*** al ***origen*** del sistema es **5** y pasa por el punto de coordenadas **A(1, 7)**. **Dos** soluciones.

SOLUCIÓN

Ecuaciones de las ***rectas***: **3x - 4y + 25 = 0** y **4x + 3y - 25 = 0**

34. **Calcular** la ***distancia*** de la ***línea recta*** cuya ecuación es **8x + 15 y - 24 = 0**, al punto **A(-2, -3)**.

SOLUCIÓN

d = 5

35. **Hallar** la ***distancia*** comprendida entre las ***rectas paralelas***: **3x - 4y + 8 = 0** y **6x - 8y + 9 = 0**

SOLUCIÓN

d = 0.7

36. La ***distancia*** de la ***línea recta*** representada por la ecuación **4x - 3y + 1 = 0**, al punto **P** es 4, si la ***ordenada*** de **P** es **3**. **Calcular** el valor de la ***abscisa*** de **P**

SOLUCIÓN

x = 7, por lo que: **P (7, 3)**

CIRCUNFERENCIA

37. **Encontrar** la ***ecuación*** de la ***circunferencia*** de acuerdo a los datos que se especifican enseguida:

a) Con ***centro*** en el ***origen*** del sistema y ***radio*** de **8**.
b) Con ***centro*** en el punto **A(-2, 3)** y ***radio*** de **4**.
c) Con ***centro*** en el punto **C(4, -1)** y que ***pasa*** por el punto **A(-1, 3)**.
d) Con ***centro*** en **C(-4, 3)** y es ***tangente*** al eje de las ***ordenadas***.

SOLUCIÓN

a) $x^2 + y^2 = 64$ b) $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$

c) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 41$ d) $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$

38. **Hallar** la *ecuación* de la *circunferencia* cuyo ***centro*** es **C(- 4, - 1)** y es ***tangente*** a la ***recta*** dada por la ecuación: $y = -\frac{3}{2}x + 6$.

SOLUCION

$(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 52$

39. **Determinar** el *centro* y el *radio* de cada una de las ***circunferencias*** dadas por las ecuaciones siguientes:

a) $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 8x - 7y = 0$
c) $2x^2 + 2y^2 - 10x + 6y - 15 = 0$ d) $4x^2 + 4y^2 - 28x - 8y + 53 = 0$

SOLUCIÓN

a) *Centro* (4, - 5), *Radio* $a = \sqrt{53}$ b) *Centro* $\left(4, \frac{7}{2}\right)$, *Radio* $a = \frac{\sqrt{113}}{2}$

c) *Centro* $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, *Radio* $a = 4$ d) *Centro* $\left(\frac{7}{2}, 1\right)$; *Radio* $a = 0$

40. **Determinar** la ecuación de la *circunferencia* que pasa por los puntos: **A(1, 1)**, **B(1, 3)** y **C(9, 2)** y el *centro* y su *radio*.

SOLUCIÓN

Ecuación de la *circunferencia* es: $\left(x - \frac{79}{16}\right)^2 + (y - 2)^2 = 16.5$

Centro: $\left(\frac{79}{16}, 2\right)$ y *radio*: $a = 4.06$

41. **Determinar** la ecuación de la *circunferencia* que *pasa* por los puntos: **A(1, 2)**, **B(3, 1)** y **C(-3, -1)**

SOLUCIÓN

$x^2 + y^2 - x + 3y - 10 = 0$

42. **Hallar** la ***ecuación*** de la ***circunferencia*** que tiene como ***centro*** **C(- 2, 3)** y que es ***tangente*** a la ***recta*** que tiene la ecuación **20x - 21y - 42 = 0**.

SOLUCIÓN

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ ó $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

43. **Encontrar** la ***ecuación*** de la ***circunferencia*** que pasa por **A(1, - 4)** y **B(5, 2)** y que tiene su ***centro*** en la ***recta*** representada por la ecuación: **x - 2y + 9 = 0**.

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

$(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 65$ ó $x^2 + y^2 + 6x - 6y - 47 = 0$

PARÁBOLA

44. **Encontrar** las coordenadas del ***foco***, la longitud del ***lado recto*** y la ecuación de la ***directriz*** de cada una de las ***parábolas*** representada por las ecuaciones siguientes.

a) $y^2 = 6x$ **c)** $x^2 = 8y$
b) $3y^2 = -4x$ **d)** $x^2 + 8x = 0$

SOLUCIÓN

a) ***Foco***: $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, $L.R = 2p = 6$, ecuación de la ***directriz***: $x = -\frac{3}{2}$

b) ***Foco***: $F\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$, $L.R = -\frac{4}{3}$, ecuación de la ***directriz***: $x = \frac{1}{3}$

c) ***Foco***: $F(0,2)$, $L.R = 8$, ecuación de la ***directriz***: $y = -2$

d) ***Foco***: $F(0,-2)$, $L.R = -8$, ecuación de la ***directriz***: $y = 2$

45. **Encontrar** la ***ecuación*** de cada una de las siguientes ***parábolas***, cuyos datos se especifican:

a) ***Foco*** en el punto **(3, 0)** y ***directriz***: $x + 3 = 0$
b) ***Vértice*** en el ***origen*** y ***directriz***: $y - 5 = 0$
c) ***Vértice*** en el ***origen*** y ***foco*** en el punto **(0, 4)**
d) ***Vértice*** en el ***origen*** y ***eje focal*** sobre el eje de las **x** y pasa por **(-3, 6)**

SOLUCIÓN

a) $y^2 = 12x$ **b)** $x^2 = 20y$
c) $x^2 = 16y$ **d)** $y^2 = -12x$

46. ¿**Cuál** de las siguientes opciones contiene la definición de la ***parábola***?

a) El ***lugar geométrico*** de los puntos del plano que ***equidistan*** de ***dos puntos fijos***.
b) El ***lugar geométrico*** de los puntos del plano que ***equidistan*** de un ***punto fijo*** llamado ***foco***.
c) El ***lugar geométrico*** de los puntos que **equidistan** de una ***recta dada***.
d) El ***lugar geométrico*** de los puntos del plano que ***equidistan*** de una ***recta*** y un ***punto fijo***.

SOLUCIÓN

d)

47. De las ecuaciones que se indican enseguida **determinar** la correspondiente a la ***parábola***

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

con ***vértice*** en el punto **(-3, 4)** y ***foco*** en **(-5, 4)**.

SOLUCION

a) $y^2 - 8y + 8x + 40 = 0$ ó $(y - 4)^2 = -8(x + 3)$

48. De las ecuaciones que se indican, **determinar cuál** pertenece a la ***parábola*** con ***vértice*** en $V\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$ y su ***foco*** en $F\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$.

a) $y^2 + 4y - 2x + 1 = 0$ b) $4x^2 + 12x - 8y + 25 = 0$
c) $y^2 - 4y + 2x - 7 = 0$ d) $4x^2 - 12x - 8y - 7 = 0$

SOLUCION

b)

49. **Encontrar** la ecuación común de la ***parábola*** dada por la ecuación: $x^2 - 10x - 3y + 31 = 0$ cuya forma puede ser:

a) $(x + 5)^2 = 3(y - 2)$ c) $(x - 5)^2 = 3(y + 2)$
b) $(x + 5)^2 = 3(y + 2)$ d) $(x - 5)^2 = 3(y - 2)$

SOLUCIÓN

d)

50. **Determinar** la ecuación de la ***parábola*** que tiene su ***foco*** en **(1, 3)** y **vértice** en **(-2, 3)**.

SOLUCIÓN

Forma ***común***: $(y - 3)^2 = 12(x + 2)$ Forma ***general***: $y^2 - 6y - 12x - 15 = 0$

51. **Determinar** la ecuación de la ***parábola*** que tiene su ***foco*** en **(-2, -4)** y su ***lado recto*** lo unen los puntos**: Q(-2, 2)** y **Q´(-2, -4)**.

SOLUCIÓN

Forma ***común***: $(y + 1)^2 = 6\left(x + \frac{7}{2}\right)$ Forma ***general***: $y^2 + 2y - 6x - 20 = 0$

52. **Encontrar** la ecuación de la ***parábola*** con ***eje*** paralelo al eje de las ***abscisas*** y ***pasa*** por los puntos: **A(3, 3)**, **B(6, 5)** y **C(6, -3)**.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $(y - 1)^2 = 4(x - 2)$ Ecuación ***general***: $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$

53. **Hallar** la ecuación de la ***parábola*** con ***vértice*** en **(3, -1)** y cuya ecuación de la ***directriz*** es: $y - 2 = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $(x - 3)^2 = 12\ (y + 1)$ Ecuación ***general***: $x^2 - 6x - 12y - 3 = 0$

54. **Encontrar** la ecuación de la ***parábola*** que tiene ***vértice*** en **(4, -2)**, su ***directriz*** vertical y su ***lado recto*** es **7**.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $(y + 2)^2 = 7\ (x - 4)$ Ecuación ***general***: $y^2 + 4y - 7x - 24 = 0$

55. **Hallar** la ecuación de la ***parábola*** cuyo ***foco*** esta en **(2, 3)**, su eje es **y = 3** y el ***lado recto*** es **5**.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $(y - 3)^2 = 5\left(x - \frac{3}{4}\right)$ Ecuación ***general***: $4y^2 - 24y - 20x + 51 = 0$

56. **Determinar** la ecuación de la ***parábola*** con ***vértice*** en **(-1, 0)**, ***pasa*** por el punto **(1, -2)** y su eje es ***vertical***.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $(x + 1)^2 = - 2y$ Ecuación ***general***: $x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

57. **Hallar** la ecuación de la ***parábola*** con ***directriz*** **x = 2**, y el ***eje focal*** **y = 1** y ***pasa*** por el punto **(7, 4)**

SOLUCIÓN

$$(y - 1)^2 = 8\left(x - \frac{47}{8}\right) \quad \text{o} \quad y^2 - 2y - 8x + 48 = 0$$

58. Dada la ecuación de una ***parábola*** $y^2 - 4y + 6x - 8 = 0$. **Encontrar** las ***coordenadas*** de:

a) ***Vértice*** **b)** ***Foco***
c) Longitud del ***lado recto*** **d)** Ecuación de la ***directriz***

SOLUCIÓN

a) $V(2, 2)$ b) $F\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ c) L. R. = - 6 d) $x = \frac{7}{2}$ o $2x - 7 = 0$

59. La ecuación de la ***parábola*** $y^2 - 4y - 6x + 13 = 0$. **Reducirla** a la forma ***común*** y encontrar las coordenadas del ***vértice***, ***foco***, ***lado recto*** y la ecuación de la ***directriz***.

SOLUCIÓN

Vértice: $V\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ***Foco***: F (3, 2)

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Lado recto: **L. R. = 6** *Directriz*: **x = 0**

60. Una ***parábola*** tiene la ecuación $3x^2 - 9x - 5y - 2 = 0$. **Encontrar** las coordenadas del ***vértice***. ***foco***, ***lado recto*** y la ecuación de la ***directriz***.

SOLUCIÓN

Vértice: $V\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}\right)$ *Foco*: $F\left(\frac{3}{2}, -\frac{4}{3}\right)$

Lado recto: $L.R. = \frac{5}{3}$ Ecuación de la ***directriz***: $6y + 13 = 0$

61. Un arco ***parabólico*** tiene una ***altura*** de **25m** y **40m** de ***ancho***. ¿Qué ***altura*** tiene el **arco** a **8m** del ***centro***?

SOLUCIÓN

Altura es de 21 metros

62. Suponiendo que el agua al salir del extremo de un tubo ***horizontal*** que se encuentra a **7.5m** arriba del suelo describe una curva ***parabólica***, estando el ***vértice*** en el extremo del tubo. Si en un punto a **2.4m** por debajo del nivel del tubo el agua se ha curvado hacia afuera **3m**, más allá de una recta vertical que pasa por el extremo del tubo. ¿A qué ***distancia*** de esta ***vertical*** llegará el agua al suelo?

SOLUCIÓN

Distancia = 5.28m

63. El cable de suspensión de un puente colgante adquiere la forma de un arco de ***parábola***. Los pilares que lo soportan tienen una altura de **60m** y están separados a una distancia de **500m** quedando el punto más bajo del cable a una altura de **10m** sobre la calzada del puente y como eje **y** el de ***simetría*** de la ***parábola***. **Hallar** la ecuación de la ***parábola*** y la ***altura*** de un punto situado a **80m** del ***centro*** del puente.

SOLUCION

Ecuación: $x^2 - 1250y + 12500 = 0$ *Altura*: **15.1 metros**

ELIPSE

64. **Determinar** las coordenadas de las ***vértices***, ***focos***, las *longitudes* de los *ejes* ***mayor*** y ***menor***, la ***excentricidad*** y la longitud del ***lado recto*** de la ***elipse*** cuya ecuación es: $4x^2+9y^2 = 36$

SOLUCION

Vértices: $A_1(-3, 0)$ y $A_2(3, 0)$ *Focos*: $F_1\left(-\sqrt{5}, 0\right)$ y $F_2\left(\sqrt{5}, 0\right)$

Eje mayor: $\overline{A_1 A_2} = 2a = 6$ *Eje menor*: $\overline{B_1 B_2} = 2b = 4$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ *Lado recto:* $L.R = \frac{8}{3}$

65. La ecuación de la ***elipse*** es **$225x^2 + 289y^2 = 65025$**. **Determinar** las coordenadas de las ***vértices***, ***focos***, longitudes de los *ejes* ***mayor*** y ***menor***, la ***excentricidad*** y la longitud del ***lado recto***.

SOLUCION

Vértices: **$A_1(17, 0)$** y **$A_2(-17, 0)$** *Focos*: **$F_1(8, 0)$** y **$F_2(-8, 0)$**
Eje mayor: **$2a = 34$** ***Eje menor***: **$2b = 30$**
Excentricidad: $e = \frac{8}{17}$ ***Lado recto***: **$L.R = 26.47$**

66. La ecuación de la ***elipse*** **$12x^2 + 8y^2 = 1$**. **Determinar** las coordenadas de los ***vértices*** y ***focos***, la longitud de los *ejes* ***mayor*** y ***menor***, la ***excentricidad*** y el ***lado recto***.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1\left(0, \frac{1}{\sqrt{8}}\right)$ y $A_2\left(0, -\frac{1}{\sqrt{8}}\right)$

Focos: $F_1\left(0, \frac{1}{\sqrt{24}}\right)$ y $F_2\left(0 - \frac{1}{\sqrt{24}}\right)$

Eje mayor: $2a = \frac{2}{\sqrt{8}}$ ***Eje menor:*** $2b = \frac{2}{\sqrt{24}}$

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$ ***Lado recto:*** $L.R = \frac{\sqrt{8}}{6}$

67. Dada la ecuación de la ***elipse*** **$9x^2 + y^2 - 9 = 0$**. **Encontrar** las coordenadas de las *vértices* y ***focos***, la ***longitud*** de los ***ejes***, la ***excentricidad*** y la ***longitud*** del ***lado recto***.

SOLUCIÓN

Vértices: **$A_1(, 0,3)$** y **$A_2(0, -3)$** *Focos*: $F_1\left(0, \sqrt{8}\right)$ y $F_2\left(0, -\sqrt{8}\right)$
Eje mayor: **$2a = 6$** ***Eje menor***: **$2b = 2$**
Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{8}}{3}$ ***Lado recto***: $L.R. = \frac{2}{3}$

68. De la ecuación de la ***elipse*** **$25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$**. **Determinar** las coordenadas de las ***vértices*** y ***focos***, la ***longitud*** de los ***ejes***, la ***excentricidad*** y la longitud del ***lado recto***.

SOLUCIÓN

Vértices: **$A_1(0, 5)$** y **$A_2(0, -5)$** *Focos*: **$F_1(0, 4)$** y **$F_2(0, -4)$**
Eje mayor: **$2a = 10$** ***Eje menor***: **$2b = 6$**
Excentricidad: $e = \frac{4}{5}$ ***Lado recto***: $L.R. = \frac{18}{5}$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

69. **Determinar** las coordenadas de los ***vértices*** y ***focos***, la ***longitud*** de los ***ejes***, la ***excentricidad*** y el ***lado recto*** de la ***elipse*** cuya ecuación es: $3x^2 + 16y^2 - 48 = 0$

SOLUCIÓN

Vértices:	$A_1(4, 0)$ y $A_2(-4, 0)$	***Focos***:	$F_1\left(\sqrt{13}, 0\right)$ y $F_2\left(-\sqrt{13}, 0\right)$
Eje mayor:	$2a = 8$	***Eje menor***:	$2b = 2\sqrt{3}$
Excentricidad:	$e = \frac{\sqrt{13}}{4}$	***Lado recto***:	$L.R. = \frac{3}{2}$

70. **Encontrar** la ecuación de la ***elipse*** en su forma ***común*** y ***general***, que tiene su ***centro*** en el ***origen*** y uno de sus ***vértices*** es el punto **(0, -7)** y ***pasa*** por el punto $\left(\sqrt{5}, \frac{14}{3}\right)$.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$ Ecuación ***general***: $49x^2 + 9y^2 - 441 = 0$

71. **Determinar** la ecuación de la ***elipse*** en su forma ***ordinaria*** y ***general***, cuyas ***vértices*** son los puntos **A_1(4, 0)** y **A_2(-4, 0)** y sus ***focos*** **F_1(-3, 0)** y **F_2(3, 0)**.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ Ecuación ***general***: $7x^2 + 16y^2 - 112 = 0$

72. **Encontrar** la ecuación de la ***elipse*** en sus formas ***común*** y ***general*** sabiendo que sus ***vértices*** son los puntos **(6, 0)** y **(-6, 0)** y la ***longitud*** del ***lado recto*** es de $\frac{20}{3}$.

SOLUCIÓN

Ecuación ***ordinaria***: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ Ecuación ***general***: $20x^2 + 36y^2 - 720 = 0$

73. **Determinar** las formas ***común*** y ***general*** de la ecuación de la ***elipse*** que tiene como ***focos*** a **F_1(0, 8)** y **F_2(0, -8)** y cuya **longitud** del *eje* ***mayor*** es de **34**.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{289} = 1$ Ecuación ***general***: $289x^2 + 225y^2 - 65025 = 0$

74. Los ***vértices*** de una ***elipse*** son **(1, 1)** y **(7, 1)** y su ***excentricidad*** es de $\frac{1}{3}$. **Hallar** la ecuación en la forma ***ordinaria*** y ***general***, las coordenadas de sus ***focos*** y las ***longitudes*** de los ***ejes*** y del ***lado recto***.

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

Ecuación *ordinaria*: $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{8}=1$

Ecuación *general*: $8x^2 + 9y^2 - 64x - 18y + 65 = 0$

Coordenadas de los *focos*: $F_1(5, 1)$ y $F_2(3, 1)$

Eje *mayor*: $2a = 6$ Eje *menor*: $2b = 4\sqrt{2}$

Lado recto: $L.R = \frac{16}{3}$

75. Los *focos* de una *elipse* son $F_1(-4, -2)$ y $F_2(-4, -6)$ y la *longitud* del *lado recto* es **6**. **Encontrar** la ecuación en su forma *ordinaria* y *general* y la *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Ecuación *ordinaria*: $\frac{(x+4)^2}{12}+\frac{(y+4)^2}{16}=1$

Ecuación *general*: $4x^2 + 3y^2 + 32x + 24y + 64 = 0$

Excentricidad: $e=\frac{1}{2}$

76. Los *focos* de una *elipse* son los puntos **(3, 8)** y **(3, 2)** y la *longitud* del *eje menor* es de **8**. **Hallar** la *ecuación*, las coordenadas de sus *vértices* y su *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Ecuación *ordinaria*: $\frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y-5)^2}{25}=1$

Coordenadas de los *vértices*: $A_1(3, 10)$ y $A_2(3, 0)$ *Excentricidad*: $e=-\frac{3}{5}$

77. El *centro* de una *elipse* es el punto **(-2, -1)** y uno de sus *vértices* el punto **(3, -1)** y la *longitud* del *lado recto* es de **4**. **Determinar** su *ecuación*, la *excentricidad* y las coordenadas de los *focos*.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{(x+2)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{10}=1$ *Excentricidad*: $e=\frac{\sqrt{15}}{5}$

Coordenadas *focos*: $F_1\left(-2+\sqrt{15}, 1\right)$; $F_2\left(-2-\sqrt{15}, 1\right)$

78. Dada la ecuación $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 21 = 0$. **Determinar** las *coordenadas* del *centro*, *vértices*, *focos* y las *longitudes* del *lado recto*, *eje mayor* y *menor* y la *excentricidad*.

SOLUCIÓN

Coordenadas: *Centro*: $(3, -2)$ *Vértices*: $(3\pm 2, -2)$ *Focos*: $\left(3\pm\sqrt{3}, -2\right)$

Longitudes: $L.R. = 1$ Eje *mayor*: $2a = 4$ Eje *menor*: $2b = 2$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

79. La ecuación de la ***elipse*** es **$4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0$**. **Determinar** las ***coordenadas*** del ***centro***, ***vértices*** y ***focos*** y las ***longitudes*** del ***lado recto***, ejes ***mayor*** y ***menor*** y la ***excentricidad***.

SOLUCIÓN

Coordenadas: ***Centro***: **(- 4, 1)** ***Focos***: $\left(-4 \pm \sqrt{5}, 1\right)$ ***Vértices***: $(-4 \pm 3, 1)$

Longitudes: $L.R = \frac{8}{3}$ **Eje *mayor* = 6** **Eje *menor* = 4**

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

80. ***Encontrar*** las ***coordenadas*** del ***centro***, de los ***vértices*** y de los ***focos***, las ***longitudes*** del ***lado recto***, de los ejes ***mayor*** y ***menor*** y la ***excentricidad*** de la ***elipse*** cuya ecuación es: **$x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$**

SOLUCIÓN

Coordenadas:

Centro: **(5, 5)**, ***Vértices***: **$A_1(9, 5)$** y **$A_2(1, 5)$**, ***Focos***: $F_1\left(5 + 2\sqrt{3}, 5\right)$ y $F_2\left(5 - 2\sqrt{3}, 5\right)$

Longitudes: **L. R. = 2** **Eje mayor = 8** **Eje menor = 4**

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

81. La ecuación de una ***elipse*** es **$9x^2 + 4y^2 - 8y - 32 = 0$**. **Determinar** las ***coordenadas*** del ***centro***, ***vértices*** y ***focos*** y las ***longitudes*** del ***lado recto***, de los ejes ***mayor*** y ***menor*** y la ***excentricidad***.

SOLUCIÓN

Coordenadas:

Centro: **(0, 1)**, ***Vértices***: **$A_1(0, 4)$** y **$A_2(0, -2)$**, ***Focos***: $F_1\left(0, -1 + \sqrt{5}\right)$ y $F_2\left(0, 1 - \sqrt{5}\right)$

Longitudes: $L.R. = \frac{8}{3}$ **Eje mayor = 6** **Eje menor = 4**

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$

82. **Determinar** si la ecuación **$2x^2 + y^2 + 12x - 43 = 0$** representa a una ***elipse***, un ***punto*** o el ***conjunto vacío***.

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

***Elipse vertical* con *centro* fuera del origen.**

83. Dada la ecuación $5x^2 + y^2 - 10x - 2y + 71 = 0$, **determinar** si es una ***elipse***, un ***punto*** o el ***conjunto vacío***.

SOLUCIÓN

***Elipse vertical* con *centro* fuera del origen.**

84. **Demostrar** si la ecuación $x^2 + 3y^2 - x + 6y + \frac{13}{4} = 0$ representa a una ***elipse***, un ***punto*** ó al ***conjunto vacío***.

SOLUCIÓN

La ecuación representa un *punto* que es el *centro* de una *circunferencia*. $C\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

85. **Determinar** si la ecuación $9x^2 + 4y^2 - 36x - 8y + 76 = 0$ es una ***elipse***, un ***punto*** o el ***conjunto vacío***.

SOLUCIÓN

La ecuación representa a una *elipse vertical* con centro fuera del origen.

86. Un ***arco*** tiene forma de ***semi-elipse*** con ***ancho*** de **150m**, siendo su ***máxima altura*** de **45m**. **Encontrar** la ***altura*** de los soportes situados a **25m** del ***centro*** del ***arco***.

SOLUCIÓN

***Altura de los soportes* = 42.7m**

87. La órbita de la *tierra* es una ***elipse*** con el ***Sol***, en uno de sus ***focos***, la ***longitud*** del eje ***mayor*** es **287** millones de kilómetros y la ***excentricidad*** es de $\frac{1}{62}$. **Hallar** la ***máxima*** y la ***mínima distancia*** de la *tierra* al ***Sol***.

SOLUCIÓN

Distancias: **Máxima: = 1.458×10^8 Km** **Mínima: = 1.41×10^8 Km**

88. Un jardinero desea trazar una ***elipse*** ayudado con un ***lazo*** y dos ***estacas***. Las ***estacas*** las coloca en los ***focos*** de la ***elipse*** separadas **7m**. De qué ***longitud*** será el ***lazo*** para que atado en las ***estacas*** se pueda **trazar** una ***elipse*** de **0.625** de ***excentricidad***.

SOLUCIÓN

Longitud del lazo = 11.2m.

89. El ***arco*** de un paso subterráneo es una ***semi-elipse*** de **90m** de ***ancho*** y **30m** de ***altura***.

Hallar el ***ancho*** situado a **10m** de ***altura*** y obtener la ***altura*** de un punto situado a **20m** de la orilla.

SOLUCIÓN

Ancho = x´= 42.426m **Altura = y´= 24. 92 m**

90. ¿ Cómo puedes **calcular** la ***distancia*** entre un ***foco*** y un ***vértice***?

SOLUCIÓN

Empleando la formula para calcular la ***distancia entre dos puntos***.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

91. Con relación a la ***elipse***, **completar** las siguientes ***frases*** o **responda**.

1. La ***distancia*** del ***centro*** al ***foco*** es llamada __________________
2. La ***distancia*** desde el ***centro*** al ***vértice*** __________________
3. La ***distancia*** desde el ***centro*** a los ***extremos*** del ***eje menor*** __________________
4. Cuál es la ***relación*** entre esas ***distancia*** __________________

SOLUCIÓN

1. Se llama ***semi-distancia focal*** y se representa con la letra **c**
2. Es el ***semi eje mayor*** y se representa con la letra **a**
3. Es el ***semi eje menor*** y se representa con la letra **b**
4. Es por medio de la relación: $a^2 = b^2 + c^2$

92. De acuerdo a la curva llamada ***elipse***, **completar** las siguientes ***frases*** o **responda**.

1. ¿Cuál es la ***longitud*** del ***eje mayor***?
2. ¿Cuál es la ***longitud*** del ***eje menor***?

SOLUCIÓN

1. Del ***eje mayor*** es: **2a**
2. Del ***eje menor*** es: **2b**

93. ¿Qué nos indica la ***excentricidad*** de una ***elipse***? ¿Qué nos indica si el valor de la ***excentricidad*** se acerca a ***cero***? y ¿Qué si dicho valor se acerca a ***uno***?

SOLUCIÓN

La ***excentricidad*** indica la ***mayor*** o ***menor deformación*** que sufre la ***elipse***, es decir que $0 < e < 1$; por lo que:

Cuando $e = 0$ es una ***circunferencia***
Cuando $e = 1$ es una ***línea recta***

94. En qué eje de la ***elipse*** están siempre localizados los ***vértices*** y los ***focos***.

AUTOR: **PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO**
EDICIÓN PARA INTERNET: **PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS**

SOLUCIÓN

En el llamado *eje focal* o *eje mayor*

95. ¿Cuáles son las ***coordenadas*** de los ***extremos*** del eje ***menor*** si la ***elipse*** tiene su eje ***focal paralelo*** al eje de las ***abscisas***?

SOLUCIÓN

La curva es una ***elipse horizontal*** con ***centro*** fuera del ***origen***, por lo que, las ***coordenadas*** de los ***extremos*** son:

$B(h, k \pm b)$

LA HIPÉRBOLA

96. **Determinar** los ***vértices***, los ***focos***, la ***excentricidad***, la longitud del ***lado recto*** y las ecuaciones de las ***asíntotas*** de la ***hipérbola*** cuya ecuación es: **$4x^2 - 45y^2 = 180$**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1\left(3\sqrt{5}, 0\right)$ y $A_2\left(-3\sqrt{5}, 0\right)$ ***Focos***: $F_1(7, 0)$ y $F_2(-7, 0)$

Excentricidad: $e = \dfrac{7}{3\sqrt{5}}$ ***Lado recto***: $L.R. = \dfrac{8}{3\sqrt{5}}$

Asíntotas: $y = \dfrac{2}{3\sqrt{5}}x \;;\; y = \dfrac{-2}{3\sqrt{5}}x$

97. **Encontrar** los ***vértices***, los ***focos***, la ***excentricidad***, la longitud del ***lado recto*** y las ecuaciones de las ***asíntotas*** de la ***hipérbola*** que tiene la ecuación: **$49y^2 - 16x^2 = 784$**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(0, 4)$ y $A_2(0, -4)$ ***Focos***: $F_1\left(0, \sqrt{65}\right)$ y $F_2\left(0, -\sqrt{65}\right)$

Excentricidad: $e = \dfrac{\sqrt{65}}{7}$ ***Lado recto***: $L.R. = \dfrac{32}{7}$

Asíntotas: $y = \dfrac{7}{4}x \;;\; y = -\dfrac{7}{4}x$

98. **Encontrar** los ***vértices***, los ***focos***, la ***excentricidad***, el ***lado recto*** y las ecuaciones de las ***asíntotas*** de la ***hipérbola*** cuya ecuación es: **$x^2 - y^2 = 25$**.

SOLUCIÓN

Vértices: $A(\pm 5, 0)$ ***Focos***: $F\left(\pm 5\sqrt{2}, 0\right)$

Excentricidad: $e = \sqrt{2}$ ***Lado recto***: $L.R. = 10$

Asíntotas: $y = \pm x$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

99. **Determinar** los *vértices*, los *focos*, la *excentricidad*, el *lado recto* y las ecuaciones de las *asíntotas* de la *hipérbola* dada su ecuación: $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1(6, -1)$ y $A_2(-2, -1)$ *Focos*: $F_1(7, -1)$ y $F_2(-3, -1)$

Excentricidad: $e = \frac{5}{4}$ *Lado recto*: $L.R. = \frac{9}{2}$

Asíntotas: $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$; $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

100. **Encontrar** las *vértices*, los *focos*, la *excentricidad*, el *lado recto* y las ecuaciones de las *asíntotas* de la *hipérbola* que tiene la ecuación: $3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$.

SOLUCIÓN

Vértices: $A_1\left(-5, \sqrt{3}\right)$ y $A_2\left(-5, -\sqrt{3}\right)$ *Focos*: $F_1(-5, 2)$ y $F_2(-5, -2)$

Excentricidad: $e = \frac{2}{\sqrt{3}}$ *Lado recto*: $L.R. = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Asíntotas: $y = \sqrt{3}\,x + 5\sqrt{3}$ $y = -\sqrt{3}\,x - 5\sqrt{3}$

101. **Encontrar** la ecuación de la *hipérbola* que tiene el eje *transverso* igual a **8** y sus *focos* con coordenadas: $(\pm 5, 0)$.

SOLUCIÓN

Forma *común*: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ Forma *general*: $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

102. **Determinar** la ecuación de la *hipérbola* cuyo eje *conjugado* es **24** y *focos* con coordenadas de $(0, \pm 13)$.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$ Ecuación *general*: $144y^2 - 25x^2 - 3600 = 0$

103. Una *hipérbola* con *centro* en **(0, 0)**, un *foco* en **(8, 0)** y un *vértice* en **(6, 0)**. **Encontrar** su *ecuación*.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{38} = 1$ Ecuación *general*: $7x^2 - 9y^2 - 252 = 0$

104. **Determinar** la ecuación de la *hipérbola* que tiene su *centro* en el *origen*, el eje *transversal* sobre el eje de las **y**, la longitud del *lado recto* es **36** y la *distancia* entre los *focos* es de **24**.

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{108} = 1$ Ecuación *general*: $3y^2 - x^2 - 108 = 0$

105. **Encontrar** la ecuación de la ***hipérbola*** con ***centro*** en el ***origen***, eje ***transverso*** sobre el eje de las **y**, ***excentricidad*** de $2\sqrt{3}$ y la longitud del ***lado recto*** es de **18**.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{y^2}{\frac{81}{121}} - \frac{x^2}{\frac{81}{11}} = 1$ Ecuación *general*: $121y^2 - 11x^2 = 81$

106. **Determinar** la ecuación de la ***hipérbola***, cuyas ***vértices*** son $(\pm 6,0)$ y sus ecuaciones de las ***asíntotas*** son $6y = \pm 7$.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{49} = 1$ Ecuación *general*: $49x^2 - 36y^2 = 1764$

107. **Encontrar** la ecuación de la ***hipérbola*** que tiene ***centro*** en el ***origen***, ***vértice*** en el punto **(6, 0)** y la ecuación de una de las ***asíntotas*** es $4x - 3y = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ Ecuación *general*: $16x^2 - 36y^2 = 576$

108. Los ***vértices*** de una ***hipérbola*** son los puntos **(-1, 3)** y **(3, 3)** y su ***excentricidad*** es de $\frac{3}{2}$.

Hallar la ***ecuación*** , las coordenadas de los ***focos*** y las ***longitudes*** de los ejes ***transverso*** y ***conjugado*** y la del ***lado recto***.

SOLUCIÓN

Ecuación *común*: $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1$ ***Focos***: $F_1(4, 3)$ y $F_2(-2, 3)$

Eje ***transverso***: $2a = 4$ Eje ***conjugado***: $2b = 2\sqrt{5}$

Lado recto: L. R. = 5

109. El ***centro*** de una ***hipérbola*** es **(4, 5)** y uno de sus ***focos*** es **(8, 5)**, su ***excentricidad*** es **2**. **Hallar** su **ecuación** y la ***longitudes*** de los ejes ***transverso*** y ***conjugado***.

SOLUCIÓN

Ecuación ***común***: $\frac{(x-4)^2}{4} - \frac{(y-5)^2}{12} = 1$ Ecuación ***general***: $3x^2 - y^2 - 24x + 10y + 11 = 0$

Eje ***transverso***: $2a = 4$ Eje ***conjugado***: $2b = 4\sqrt{3}$

TRANSLACIÓN PARALELA DE LOS EJES

110. Aplicando las formulas de ***traslación de ejes***, **reducir** la ecuación $y^2 - 6y - 4x + 5 = 0$, a su forma más ***simple*** y **establecer** la naturaleza de la curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación ***reducida***: $y'^2 = 4x'$

La curva es una *parábola horizontal* con *vértice* fuera del origen.

111. **Simplificar** la ecuación $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$, mediante una ***traslación de ejes*** y **establecer** el tipo de curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación ***reducida***: $x'^2 + y'^2 = 25$ **La ecuación representa a una *circunferencia***.

112. Dada la ecuación $3x^2 - 4y^2 - 12x - 8y - 4 = 0$, **simplificarla** mediante una ***traslación de ejes*** y **diga** la naturaleza de la curva.

SOLUCIÓN

Ecuación ***reducida***: $3x'^2 - 4y'^2 = 12$ **La ecuación representa a una hipérbola.**

113. **Establecer** el tipo de curva y **simplificar** aplicando las ***ecuaciones de traslación*** la ecuación $2x^2 + 3y^2 - 4x - 12y - 20 = 0$.

SOLUCIÓN

Ecuación ***reducida***: $2x'^2 + 3y'^2 = 34$ **La ecuación representa a una *elipse***

114. Dada la ecuación $x^2 + 5y^2 + 2x - 20y + 25 = 0$, haciendo uso de las ***ecuaciones de traslación*** **simplificarla** y **establecer** el tipo de curva que representa.

SOLUCIÓN

Ecuación ***reducida***: $x'^2 + 5y'^2 = -4$ **La ecuación representa a una *elipse imaginaria***.

115. **Eliminar** los ***términos de primer grado***, completando trinomios cuadrados prefecto en la ecuación: $x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$.

SOLUCIÓN

$2x'^2 + 4y'^2 = 27$

116. **Eliminar** los ***términos de primer grado*** en la ecuación $3x^2 - 4y^2 - 6x - 8y - 10 = 0$, completando cuadrados perfectos.

SOLUCIÓN

$3x'^2 - 4y'^2 = 33$

117. Completando trinomios cuadrados perfectos, **eliminar** los ***términos de primer grado*** en la ecuación: $2x^2 - 5y^2 - 12x + 10y - 17 = 0$.

SOLUCIÓN

$2x'^2 - 5y'^2 = 30$

118. **Eliminar** los ***términos de primer grado*** completando cuadrados perfectos en la ecuación $3x^2 + 3y^2 - 12x + 12y -1 = 0$.

SOLUCIÓN

$3x'^2 + 3y'^2 = 25$

GIRO DE LOS EJES

119. **Obtener** la ***ecuación*** de la curva dada por la ecuación $4x^2 + 9y^2 = 36$, después de sufrir un ***giro*** de ángulo $\theta = 60^0$.

SOLUCIÓN

$$31x'^2 + 10\sqrt{3}\,x'y' + 21y'^2 = 144$$

120. Dando un ***giro*** de ángulo $\theta = 60°$, **obtener** la ***ecuación*** de la curva cuya ecuación es: $x^2 + 2\sqrt{3}\,xy + 3y^2 - 16x - 8y + 20 = 0$.

SOLUCIÓN

$$4x'^2 - \left(8 + 4\sqrt{3}\right)x' + \left(8\sqrt{3} - 4\right)y' + 20 = 0$$

121. **Obtener** la ***ecuación*** de la curva que tiene por ecuación $x^2 + 2xy + y^2 - 12x - 4y + 20 = 0$, después de tener un ***giro*** de $\theta = 45°$.

SOLUCIÓN

$$2x'^2 - \frac{16}{\sqrt{2}}x' + \frac{8}{\sqrt{2}}y' + 20 = 0 \qquad 2x'^2 - 8\sqrt{2}\,x' + 4\sqrt{2}\,y' + 20 = 0$$

122. **Determinar** la ***ecuación*** de la curva cuya ecuación es $x^2 - y^2 - 9 = 0$, después de ***girar*** en

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

ángulo de **45°**.

SOLUCIÓN

$2x'y' + 9 = 0$

123. **Obtener** la ***ecuación*** de la curva, después de un ***giro*** de eje de **120°**, cuya ecuación es: $16y^2 - 9x^2 = 144$

SOLUCIÓN

$39x'^2 - 50\sqrt{3}\,x'y' - 11y'^2 - 576 = 0$

124. **Transformar** la ecuación siguiente mediante una ***rotación*** para que ***desaparezca*** el termino **Bxy**: $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8x + 16y = -30$.

SOLUCIÓN

$2x'^2 + y'^2 + 2\sqrt{2}\,x' + 6\sqrt{2}\,y' + 15 = 0$

125. **Transformar** la ecuación $x^2 - 3xy + y^2 - 8 = 0$ mediante un ***giro*** de ejes para que ***desaparezca*** el termino **Bxy**.

SOLUCIÓN

$5y'^2 - x'^2 - 16 = 0$

126. Dada la ecuación $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2 = 0$, transformarla mediante un ***giro*** de ejes para que ***desaparezca*** el termino **Bxy**.

SOLUCIÓN

$6x'^2 + y'^2 - 2 = 0$

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

127. **Determinar** que tipo de ***cónica*** representa la ecuación $x^2 - 2xy + y^2 - 8x + 16 = 0$.

SOLUCIÓN

Representa a una *parábola*

128. **Determinar** que tipo de ***cónica*** representa la ecuación: $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}\,x - 6\sqrt{2}\,y + 2 = 0$.

SOLUCIÓN

Representa una *elipse*

129. **Determinar** que tipo de ***cónica*** representa la ecuación: $4x^2+24xy+11y^2+56x-58y+95=0$.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

130. Dada la ecuación $x^2+y^2+4x+2y-3=0$. **Determinar** a que tipo de ***cónica*** corresponde.

SOLUCIÓN

Representa a una *elipse*

131. **Determinar** el tipo de ***cónica*** que representa la ecuación: $12y^2-4x^2+72y+16x=-144$.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

132. Dada la ecuación $x^2-8y^2=0$. **Determinar** el tipo de ***cónica*** que representa.

SOLUCIÓN

Representa a una *hipérbola*

ECUACIONES PARAMÉTRICA

133. **Transformar** la siguientes ecuaciones ***paramétricas*** a la forma ***rectangular***: $x=t^2$ y $y=2t$

SOLUCIÓN

$y^2=4x$ ***Parábola***

134. **Transformar** las siguientes ecuaciones ***paramétricas*** a ***rectangulares***: $x=2\operatorname{sen}\theta$ y $y=2\csc\theta$

SOLUCIÓN

$xy=4$

135. **Transformar** las siguientes ecuaciones ***paramétricas*** a ***rectangulares***: $x=3\cos\theta$ **y** $y=1+\operatorname{sen}\theta$

SOLUCIÓN

$$\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{1} = 1$$ ***Parábola***

136. **Transformar** las siguientes ecuaciones ***paramétricas*** a ***rectangulares***: $x = 2 + 3\tan\theta$ y $y = 1 - 4\sec\theta$.

SOLUCIÓN

$$\frac{(y-1)^2}{16} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$$ ***Hipérbola***

137. **Transformar** las siguientes ecuaciones ***paramétricas*** a la forma ***rectangular***: $x = \tan\theta$ y $y = 2\cot an\,\theta$

SOLUCIÓN

$xy = 2$

138. **Transformar** la siguiente ecuación ***rectangular*** a ecuaciones ***paramétricas*** con: $x = 2t$ $4x^2 - 9y^2 + 16x - 54y - 101 = 0$.

SOLUCIÓN

$$y = \pm\frac{\sqrt{16\,t^2 - 36}}{3} \qquad x = 2t$$

139. **Transformar** la siguiente ecuación ***rectangular*** a sus ecuaciones ***paramétricas***: $9x^2 + 16y^2 - 36x - 32y - 92 = 0$; con $x = 2t$

SOLUCIÓN

$$y' = \pm\sqrt{9 - \frac{9}{4}t^2} \qquad x = 2\,t$$

140. **Transformar** la siguiente ecuación ***rectangular*** a sus ecuaciones ***paramétricas***: $y^2 - x - 2y - 3 = 0$; con $y = t + 1$

SOLUCIÓN

$x = t^2 - 4$ $\qquad$ $y = t + 1$

141. **Transformar** la siguiente ecuación ***rectangular*** a sus ecuaciones ***paramétricas***: $x^2 = y + 4$; con $x = 2t + 2$

SOLUCIÓN

$y = 2t^2 + 4t$ $x = 2t + 2$

142. **Transformar** la siguiente ecuación ***rectangular*** a ecuaciones ***paramétricas***: $(x-2)^2 + y^2 = 4$; con $x = 2\,(1 + \cos t)$

SOLUCIÓN

$y = 2 \operatorname{sen} t$ $x = 2\,(1 + \cos t)$

COORDENADAS POLARES

143. **Determinar** la ecuación ***polar*** de la ***curva*** cuya ecuación es: $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$

SOLUCIÓN

$r = 2\,(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta)$

144. **Determinar** la ecuación ***polar*** de la ***curva*** que tiene como ecuación: $y^2 = 12x$

SOLUCIÓN

$$r = \frac{12\cos\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

145. **Determinar** la ecuación ***polar*** de la ***curva*** cuya ecuación es: $2x^2 + 9y^2 = 4\,(2x + 1)$

SOLUCIÓN

$$r^2 = \frac{4\,(2r\cos\theta + 1)}{2\cos^2\theta + 9\operatorname{sen}^2\theta}$$

146. **Transformar** la ecuación $2x - y - 3 = 0$ a la forma ***polar***.

SOLUCIÓN

$$r = \frac{3}{2\cos\theta - \operatorname{sen}\theta}$$

147. **Determinar** la ecuación ***polar*** de la ***curva*** que tiene la ecuación: $x^2 + y^2 = x + y$

SOLUCIÓN

$r = \operatorname{sen}\theta + \cos\theta$

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

148. **Escribir** la ecuación siguiente en coordenadas ***rectangulares*** e **identificar** la curva.
$r\,(1 - \cos\theta) = 4$

SOLUCIÓN

$y^2 = 8\,(x + 2)$ Representa una ***parábola***

149. **Dibujar** la ***curva*** o ***lugar geométrico*** de la ecuación $r = \dfrac{2}{1 - \cos\theta}$

SOLUCIÓN

La gráfica es una parábola

150. **Graficar** la siguiente ecuación ***polar*** **$r^2 = 2\,\text{sen}\,2\,\theta$**

SOLUCIÓN

La curva es una *lemniscata*

(Curva que es el ***lugar geométrico*** de los puntos tales que el ***producto de las distancias*** a ***dos puntos dados*** es ***constante***)

AUTOR: PROFESOR JESÚS INFANTE MURILLO
EDICIÓN PARA INTERNET: PROFESOR PABLO FUENTES RAMOS

Nombre de archivo:	problemario
Directorio:	C:\Geometria_analitica
Plantilla:	C:\WINDOWS\Application Data\Microsoft\Plantillas\Normal.dot
Título:	GUÍA DE PROBLEMAS PARA LOS EXÁMENES DEPARTAMENTALES
Asunto:	
Autor:	Pablo Fuentes Ramos
Palabras clave:	
Comentarios:	
Fecha de creación:	16/04/02 06:03 P.M.
Cambio número:	90
Guardado el:	19/06/02 12:01 P.M.
Guardado por:	Pablo Fuentes Ramos
Tiempo de edición:	2,664 minutos
Impreso el:	19/06/02 12:02 P.M.

Última impresión completa

Número de páginas:	29
Número de palabras:	5,475 (aprox.)
Número de caracteres:	31,213 (aprox.)